

## A KOMBINATÍV KÉPESSÉG FEJLŐDÉSÉNEK ELEMZÉSE ORSZÁGOS REPREZENTATÍV FELMÉRÉS ALAPJÁN

**Csapó Benő**

*Szegedi Tudományegyetem, Pedagógiai Tanszék*

A kombinatív képesség fejlődésének vizsgálatát az 1970-es évek végén kezdtük el. A munka első fázisában elemeztük a kombinatív gondolkodással kapcsolatos pszichológiai és pedagógiai szakirodalmat – mindenek előtt a Piaget–iskola eredményeit és a *Piaget* nyomán végzett vizsgálatokat –, és megkerestük azokat a matematikai eszközöket, amelyekkel a kombinatív műveletek szerkezetét pontosan le lehet írni. *Piaget* és követői a tanulók egyéni kikérdezése révén nyert adatokkal a fejlődés kvalitatív szintjeit írták le. Saját elméleti előkészítő munkánk célja a mérés lehetőségeinek megteremtése volt, majd olyan tesztek kidolgozása, amelyek nagyobb mintákkal való felmérésekre, statisztikai eszközökkel elemezhető adatok gyűjtésére alkalmasak (*Csapó, 1979*).

Az elméleti elemző munka első stádiumában nyolc kombinatív műveletet azonosítottunk: Descartes féle szorzatok képzése, ismétléses variációk képzése, ismétlés nélküli variációk képzése, az összes ismétléses variáció képzése, ismétléses kombinációk képzése, ismétlés nélküli kombinációk képzése, ismétléses permutációk képzése, az összes részhalmaz képzése (*Csapó, 1979*). E modell alapján került sor a feladatok struktúrájának kiválasztására oly módon, hogy az egyes műveleteken belül sorra vettük a különböző számértékkel készíthető feladatokat, majd kiválasztottuk azokat, amelyek mennyiségi jellemzői alkalmasnak bizonyultak tesztfeladatok készítésére. Így összesen 37 feladatstruktúrához jutottunk (*Csapó, 1983. 39–41. o.; 1988. 36–37. o.*).

Ezek alapján minden egyes feladat-szerkezetet háromféle tartalomba – manipulatív, képi és formális – öltöztetve készítettük el a 111 teszt-feladatot. Ezekkel a feladatokkal 1980-ban három életkorban átfogó felméréseket végeztünk. Az eredmények alapján került sor a kombinatív képesség szerkezetének és fejlődésének részletes leírására (ld. *Csapó, 1988*). A teljes feladatrendszer megoldása azonban közel hat órát vett igénybe, így azt rutinszerű felmérésekhez nem lehet használni. Az összes feladat alapján végzett elemzések azonban megmutatták, hogy melyek azok a feladatok, amelyek legjobban reprezentálják a kombinatív képesség egészét, és így rövidített tesztváltozat készíthettünk. Így jutottunk el egy tizenkét feladatból álló teszthez, amely már jó tesztelméleti paraméterekkel rendelkezik, és megfelel az iskolai alkalmazhatóság követelményeinek is (egy tanórán megoldható). Ez a változat szerepelt a képességek fejlesztésére irányuló kísérletünkben (*Csapó, 1990a, 1990b*) és *Vidákovich Tibor* (1990) hatékonyságdiagnosztikai vizsgálataiban.

Az 1990-es évek végén egy vizsgálat-sorozatot végeztünk, országos reprezentatív mintákon mértük fel különböző életkorú tanulók képességeinek fejlettségét. A program keretében került sor a kombinatív képesség vizsgálatára is. Ebben a tanulmányban a kombinatív képesség fejlődésével kapcsolatos eredményeket mutatjuk be. Az elméleti keretekkel, a nemzetközi és a hazai vizsgálatok áttekintésével több korábbi munkánkban foglalkoztunk (részletesebben: *Csapó, 1979, 1988*). Mivel az itt bemutatandó vizsgálat a korábbi eredményekre épül, a következő részekben csak a felméréssel közvetlenül összefüggő munkákra fogunk hivatkozni.

### A felmérés módszerei és eszközei

A kombinatív képesség felmérésére 1997 őszén került sor. Fontos hangsúlyoznunk, hogy a mérésre a tanév elején került sor, mert ha az eredményeket a szokásos tanév végi adatokkal vetjük össze, akkor azokat az egy évvel korábbi évfolyamok eredményeihez kell hasonlítani. Ugyanebben az időben került sor a logikai (*Vidákovich, 1998*) és a rendszerezési képesség (*Nagy, 1987*), és ugyanezen a mintán az előző tanév végén a szöveges feladat megoldó készség valamint a mértékváltás készségének felmérésére (*Vidákovich és Csapó, 1998, Vidákovich, 2001*), így a képességek fejlődésének összefüggéseit is elemezhetjük.

#### A felméréshez kiválasztott minta jellemzése

A felmérésben résztvevő tanulók adatait az 1. táblázat foglalja össze. A táblázat négy évfolyam esetében tartalmazza a pontos életkori átlagokat és az életkor szórását is. (Az életkor egy olyan kérdőíven szerepelt, amit a 9. évfolyam nem töltött ki.)

1. táblázat. A kombinatív képesség felmérésére használt minták jellemzése

Évfolyam	Elemszám	Életkor (év)	
		Átlag	Szórás
3.	2119	9,03	0,58
5.	2107	11,01	0,56
7.	2037	12,93	0,58
9.	1919	–	–
11.	1802	16,84	0,79
Összesen	9984	–	–

#### A kombinatív képesség teszt

A korábbi eredmények elemzése alapján hat feladat-szerkezetet választottunk ki, ezek alapján készítettük el a tesztet. Mindegyik feladat-szerkezethez két különböző tar-

talmú feladatot használtunk, egy formális és egy képi feladatot. A tesztfeladatok szerkezetét a 2. táblázat foglalja össze.

2. táblázat. A kombinatív képesség teszt feladatainak szerkezete

Formális feladat sorszáma	Képi feladat sorszáma	Feladat típusa	A konstrukciók formális felsorolása
1.	11.	Ismétléses variációk	AAA, AAB, ABA, ABB, BAA, BAB, BBA, BBB
2.	10.	Ismétlés nélküli variációk	AB, AC, AD, AE, BA, BC, BD, BE, CA, CB, CD, CE, DA, DB, DC, DE, EA, EB, EC, ED
3.	12.	Ismétlés nélküli kombinációk	ABC, ABD, ABE, ACD, ACE, ADE, BCD, BCE, BDE, CDE
4.	9.	Az összes ism. variáció	A, B, C, D, AA, AB, AC, AD, BA, BB, BC, BD, CA, CB, CC, CD, DA, DB, DC, DE
5.	8.	Az összes részhalmaz	A, B, C, D, AB, AC, AD, BC, BD, CD, ABC, ABD, ACD, BCD, ABCD
6.	7.	Descartes-féle szorzatok	A1, A2, A3, B1, B2, B3, C1, C2, C3, D1, D2, D3

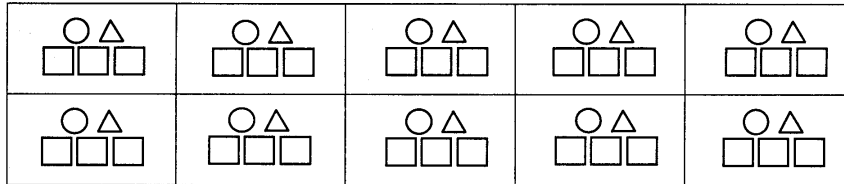
A formális feladatokban betűkből és számokból kellett a feltételeknek megfelelő konstrukciókat összeállítani, pontosan azokat a konstrukciókat kellett felsorolni, amelyek a 2. táblázatban szerepelnek. Két ilyen feladatot az 1. ábra mutat be. A képi feladatok kis ábrákat tartalmaztak, a tanulóknak ezeken az ábrákon kellett bejelölniük a feltételeknek megfelelő konstrukciókat. A 2. ábra két képi feladatot szemléltet.

<p>1. Sorold fel az <b>A és a B betűket felhasználva az összes különböző, HÁROM BETŰBŐL ÁLLÓ betűsort!</b> Egy-egy betűsorban <b>azonos betűk</b> is szerepelhetnek, vagyis ugyanaz a betű többször is előfordulhat.</p> <p>2. Sorold fel az <b>összes különböző, KÉT BETŰBŐL ÁLLÓ</b> betűsort! Egy-egy betűsornak csupa <b>különböző betűből</b> kell állni, vagyis ugyanaz a betű nem szerepelhet többször egy betűsorban. Felhasználható betűk: A, B, C, D, E.</p>
--

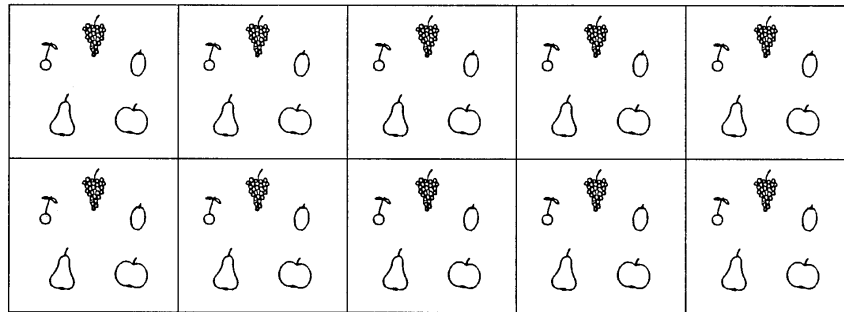
1. ábra  
Két példa a formális feladatokra

A formális feladatok megoldása abban különbözik a képiekétől, hogy itt nem segíti közvetlen képzet a megoldók munkáját. A képi feladatok kijelölik a megoldás kereteit, így egyben korlátozzák az elkövethető hibák típusait is. A formális feladatoknál nincs ilyen közvetlen segítség. A sikeres megoldáshoz a feladat mélyebb megértésére van szükség, ugyanakkor a betűk és a számok sorrendisége, rendezettsége a számokat és az ábécét ismerők számára eleve adott, ami a képesség fejlettségének magasabb szintjén segíti a rendszeres felsorolást. A kétféle tartalmú feladat tehát a képesség különböző fejlettségi szintjein rendelkezik nagyobb differenciáló erővel, ami javítja a mérőeszköz tesztelméleti paramétereit.

11. Most olyan feladat következik, amelynél **a jeleket többször is felhasználhatod egy-egy jelsorozatban**, tehát egy jelsorozatban bármennyi azonos jel is lehet. Állítsd elő az ábrán látható két jeltől **az összes lehetséges különböző, HÁROM JELBŐL ÁLLÓ jelsorozatot**, ha egy jelsorozatban **azonos jelek** is szerepelhetnek! Vigyázz, több kis ábra van, mint ahány különböző lehetőséget találni fogsz!



12. A következő feladatban három gyümölcsöt kell **egy zárt vonallal bekarikázni**. Az összes bekarikázási lehetőséget meg kell találni. Egy-egy kis ábrán egy bekarikázási lehetőséget kell bejelölni. Vigyázz, több ábra van, mint ahány különböző lehetőséget találni fogsz.



2. ábra  
Két példa a képi feladatokra

Az így kidolgozott 12 feladat felhasználásával két tesztváltozatot állítottunk össze. A változatok azonban csak a feladatok sorrendjében különböznek, így az adatelemzés során a feladatokat újrapozícionálva az eredmények egy egységes adatbázisban kezelhetők. Az A-változat abban a sorrendben tartalmazza a feladatokat, ahogy a 2. táblázatban felsoroltuk, és az adatfeldolgozás során erre a sorrendre rendeztük a B-változat feladatainak

eredményét is. Az így elkészített tesztek már rutinszerű iskolai felmérésekre is lehet használni, széles életkori intervallumban.

### A kombinatív képesség teszt skálázása és reliabilitása

A kombinatív képesség teszt feladatainak megoldását, amely felsorolásokat tartalmaz – tehát alapvetően minőségi természetű – sokféleképpen kvantifikálhatjuk (ld. *Csapó*, 1988). Itt azt a mutatót fogjuk használni, amelyet a jó és a felesleges konstrukciók egyidejű figyelembe vételével alakítottunk ki: a feladatok jóságát kifejező  $j$  értékekkel jellemezzük az egyes feladatokat. Ennek maximális értéke minden feladat esetében legfeljebb 1 lehet. A teszt összpontszámát pedig a  $j$  értékek összegzésével számítottuk ki, azaz a feladatokat nem súlyoztuk, tökéletes megoldás esetén minden feladat 1 pontot ér. Így a teszten legfeljebb 12 pontot lehet elérni. A teszt felbontása azonban sokkal finomabb, mint 12 egység, hiszen a  $j$  értékek törtszámok is lehetnek. A  $j$  értékek használata mellett szól az a tapasztalati adat, hogy e mutató esetében kaptuk a legjobb reliabilitásmutatókat. A következő elemzésekben a  $j$  értékekből számolt összpontszámot fogjuk megadni a maximálisan elérhető pontszám (12 pont) százalékában.

A teszt reliabilitásmutatója (Cronbach  $\alpha$ ) a teljes mintára ( $N=9984$ ) számítva  $\alpha=0,9014$ . Ez egy 12 itemből álló tesztnél kiemelkedő érték, azonban érthető, ha figyelembe vesszük, hogy a feladatokat egy optimalizációs folyamatban választottuk ki, azaz egy hosszabb teszt legjobban mérő egységei kerültek be ebbe a rövidített változatba. Továbbá, az egyes feladatok megoldása önmagában is bonyolult tevékenységet jelent, egyedi döntések sokaságát igényli.

### A kombinatív képesség fejlődése

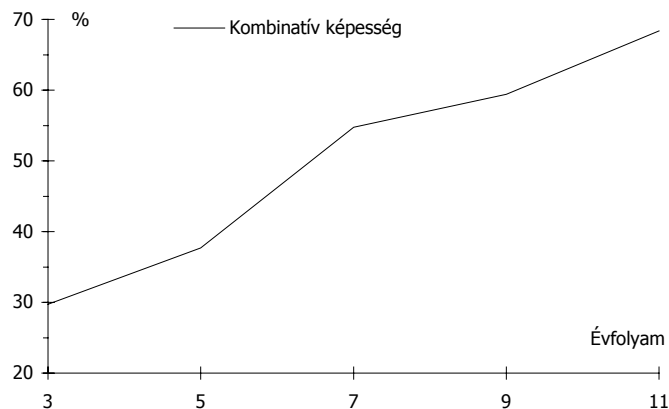
A kombinatív teszten elért eredményeket, a pontos teljesítményeket a megfelelő szórásokkal és az átlag standard hibájával együtt a 3 táblázatban foglaltuk össze. Az összes eredményt itt és a következő ábrákon, táblázatokban a maximálisan elérhető pontszám százalékában adjuk meg. A mérési hiba – a viszonylag nagy mintáknak köszönhetően – alig fél százalékos.

3. táblázat. A kombinatív képesség teszt eredményei évfolyamonkénti bontásban (%pont)

Évfolyam	Átlag	Szórás	Standard hiba
3.	29,72	20,63	0,45
5.	37,68	21,20	0,46
7.	54,74	22,24	0,49
9.	59,40	23,25	0,53
11.	68,35	21,78	0,51

A fejlődés folyamatát a 3. ábrán mutatjuk be. A grafikon vízszintes tengelyén azokat az évfolyamokat tüntettük fel, amelyeken a mérés valójában történt, ismét emlékeztetünk azonban arra, hogy tanév eleji mérésről van szó, így valójában a megelőző évek fejlesztő hatásainak eredményét regisztráltuk.

A kombinatív képesség szabálytalan fejlődési trendet mutat. A görbe szerint az ötödik és hatodik évfolyamokon kicsit gyorsabb, majd a hetedik és nyolcadik évfolyamon egy kicsit lassúbb a fejlődés, mint ha egy egyenletes változást feltételeznénk. Természetesen a képességek fejlődése egy több évet átfogó periódus során soha nem lineáris. Nagyon gyakran találunk elnyújtott S alakú logisztikus fejlődésgörbét, ami a változások matematikai természetét figyelembe véve jól értelmezhető.



3. ábra  
A kombinatív képesség fejlődése

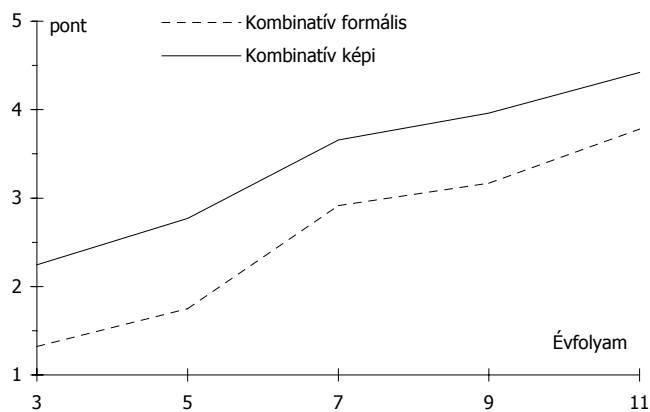
Mivel ebben az esetben a fejlődésgörbe nem illeszkedik egy lineáris vagy logisztikus fejlődési trendre, elsőként azt kell ellenőriznünk, hogy nem valamilyen mintavételi anomáliáról van-e szó. A rendelkezésünkre álló adatok alapján ezt a lehetőséget teljesen nem zárhatjuk ki. Mint korábban már említettük, a kilencedik évfolyamról nem állnak rendelkezésünkre a részletes háttér adatok, így nem tudjuk ellenőrizni, hogy a kilencedikesek az összes releváns háttérváltozó tekintetében megegyeznek-e a többi évfolyammal. A kilencedikesek mintáját azonban pontosan azokból az iskolákból választottuk, amelyekből a tizenegyedikeseket, így nem valószínű, hogy nagy az eltérés. Ha figyelembe vesszük a többi képesség fejlődését, a durva mintavételi hibát még inkább kizárhatjuk, a rendszerezési képesség esetében ugyanis egyenletes fejlődést tapasztaltunk.

A kombinatív képességet illetően valószínűleg helyesebb tehát az az értelmezés, amely szerint a 3. ábrán látható görbe a kombinatív képesség valódi fejlődési sajátosságait tükrözi. Már korábbi vizsgálataink során (Csapó, 1988) is tapasztaltuk azt, hogy az egyes kombinatív műveletek nem egyenletesen fejlődnek, azaz a hirtelen átrendeződés és az azt követő stagnálás természetes jelenség. A szóban forgó esetben a fejlődést mint két egymást követő logisztikus folyamatot értelmezhetjük. Az első szakaszban – ami az

általunk felmért életkorokban a harmadiktól a kilencedik évfolyamig (9–15 év) tart – még jellemző a véletlenszerű próbálgatás, meghatározó a konkrét műveletvégzés, ami a szabályosságok megtalálásában, felismerésében nyilvánul meg. Ebben az életkorban a gyerekek még nem rendelkeznek kész felsorolási sémákkal, algoritmusokkal. Próbálkozással, folytonos összehasonlításokkal jutnak el valamennyi konstrukció felsorolásáig, az összes lehetőség megtalálása esetleges.

A második szakasz – a hetedik évfolyamtól (13. évtől) már kialakuló formális gondolkodásra jellemző logisztikus görbe induló, majd gyorsuló szakasza lehet. Ebben a periódusban a tanulók már kész algoritmusokkal láthatnak hozzá a feladatok megoldásához. Ha egy helyes gondolatmenetet következetesen és hibátlanul végigvisznek, eljuthatnak a teljes felsorolásokig. Az egyik gyorsuló szakaszt tehát az algoritmusok felismerése, a másodikat az algoritmusok alkalmazása eredményezheti. Pontosabban: ezekben a szakaszokban megnövekszik azoknak a tanulóknak az aránya, akik képesek az algoritmusokat felismerni, illetve alkalmazni. Az átlagok között ugyanis jelentős egyéni különbségek húzódnak meg. Ha az egyes tanulók esetében az átrendeződés gyorsan, akár ugrásszerűen zajlik is le, de ez az átrendeződés a különböző tanulóknál más-más időre esik, az az átlag szintjén már elfedi az éles különbségeket.

Erősíti ezt az értelmezést a kétféle tartalmú feladatból összeállítható rész-tesztek által leírt fejlődési folyamatok elemzése. A formális és a képi tartalmú feladatokból a hat-hat feladat pontszámainak összegzésével képezhetünk egy-egy rész-tesztet. Ez a két fél teszt tehát pontosan megegyező szerkezetű, de különböző tartalmú feladatokból áll. A 4. ábrán a két résztesztből képezett pontszámok összegét ábrázoltuk az életkor függvényében.

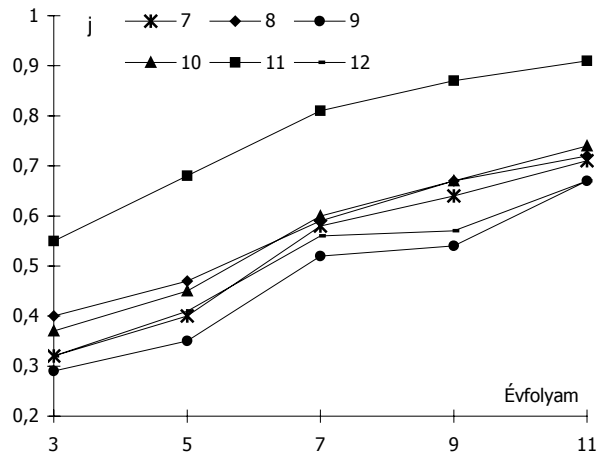


4. ábra

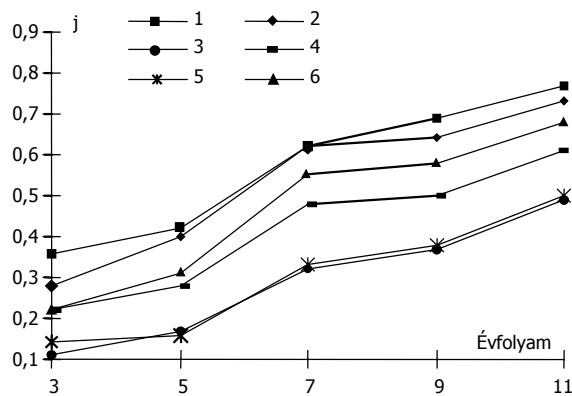
*A különböző tartalmú feladatokban nyújtott teljesítmények változása*

A két „gyorsuló” szakaszban (az 5–7. és 9–11. évfolyamok közötti időszak) a formális tartalmú feladatok fejlődése jobban felgyorsul, mint amit a képi tartalmú feladatok esetében látunk. Az erőteljesebb változás tehát a szabályossággal, algoritmizáltsággal

állhat kapcsolatban, ami a formális tartalom esetében könnyebben megoldható. Még jobban megnyilvánulnak a megoldás során alkalmazott gondolatmenetek különbségei az egyedi feladatok szintjén. A feladatonkénti fejlődést – a jobb áttekinthetőség érdekében – két részben, az 5. és a 6. ábrán szemléltetjük.



5. ábra  
A képi feladatok fejlődési folyamatai



6. ábra  
A formális feladatok fejlődési folyamatai

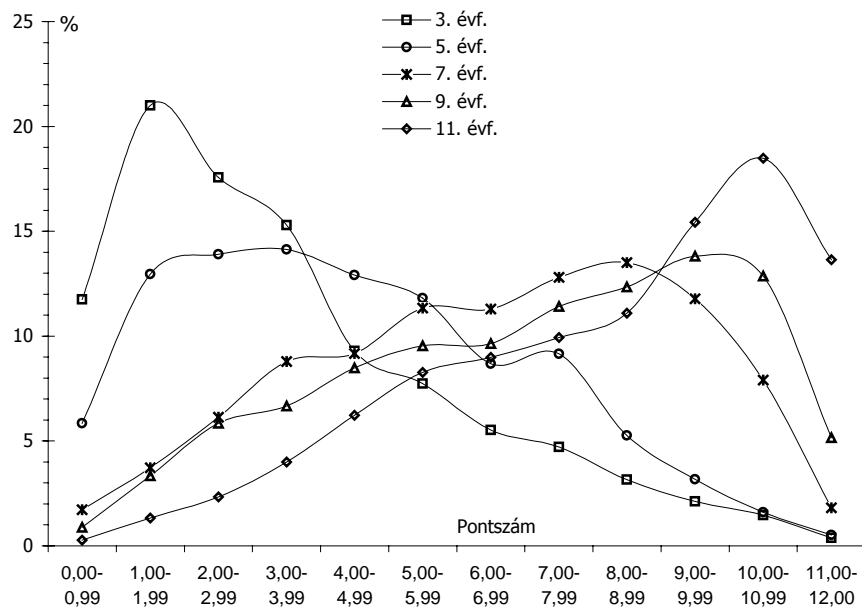
Az eredményeket két szempontból is érdemes elemezni: tesztelméleti és pedagógiai aspektusból. Ami a mérés technikai szempontjait illeti, egyéb paraméterek megegyezése esetén azok a legjobban mérő feladatok, amelyek megoldási valószínűsége 0,5. A tesztnek a teljes felmért népezségre (az összes korosztályra együtt) számított átlaga 49,2%,



így a feladatok nehézsége ebben a tekintetben ideális. Az egyes feladatok eredményei között elég nagy különbségek vannak, így jól lefedik a képesség fejlettségének különböző szintjeit.

A fejlődés pszichológiai oldalát tekintve a görbék azt jelzik, hogy a hetedik évfolyam körül tapasztalható törés szinte mindegyik feladatnál megtalálható. A két kivétel (8. és 11. feladatok) egyaránt képi tartalmú. A többi képi feladatnál is kisebb a törés – vagy a kilencedik évfolyamnál megfigyelhető relatív visszaesés – mint a formális feladatoknál. Ez a jelenség is inkább azt a feltevést valószínűsíti, hogy a törésnek szerkezeti okai vannak, a változás a megoldási stratégia, az algoritmus tekintetében van, az átrendeződés erre a korosztályra tehető.

A fejlődés ábrázolásának egy másik, a részleteket, az egyes csoportokon belüli különbségeket is illusztráló módja az eloszlások bemutatása. A 7. ábrán a felmért évfolyamok kombinatív képesség teszten nyújtott teljesítményének eloszlását szemléltetjük. A teljesítményeket itt nem számítottuk át százaléokra, az elérhető maximális pontszám 12, azonban, mivel az egyes feladatokra tört-pontszámot is lehetett kapni, a felbontás ennél finomabb, így a vízszintes tengelyen valóban teljesítmény-osztályokat tüntettünk fel.



7. ábra

*A kombinatív képesség fejlettségének eloszlása az öt vizsgált korosztályban*

Az ábra jól szemlélteti azt, hogy az egyes korosztályokon belül minden vizsgált évfolyamon nagy különbségek vannak. Már a harmadikosok között is vannak olyanok, akik szinte hibátlanul oldották meg a tesztet, és a tanulók néhány százaléka a középis-

kola végén is rendkívül gyenge teljesítményt nyújt. Feltűnő, hogy bármelyik évfolyamot tekintjük, viszonylag alacsonyak a közepes teljesítmények. Az ötödikesek esetében a módusz még a 3-4, a hetedikeseknél viszont már a 8-9 pontos teljesítményosztályba esik. Egyik évfolyamnak sincs közepesen maximuma, a teljesítmények szinte átbillennek az alacsonyból – a középesten átugorva – a magasba. Ez ismét arra utal, hogy az egyéni fejlődésben jellemző az ugrásszerű teljesítménynövekedés, a hirtelen átrendeződés.

## A kombinatív képesség összefüggései

### A képességek kapcsolatai

Mivel a kombinatív képességet négy másik képességgel megegyező mintán mértük fel, lehetőség van e képességek közötti összefüggések kiszámítására. A kombinatív képesség és a többi vizsgált képesség évfolyamonként kiszámított korrelációit a 4. táblázatban tüntettük fel. A hiányzó adatok magyarázata az, hogy a negyedik évfolyamon nem mértük fel a szöveges feladatokat és a mértékváltást, a kilencedik évfolyamon pedig a szöveges feladatokhoz használt minta más volt, mint a többi képességé.

A korrelációk többnyire közepesek, néhány kiemelkedő értékkel. A legszorosabb összefüggést mind az öt életkorban a kombinatív képesség és a rendszerezési képesség között találtuk. Tartalmukat, megjelenésüket tekintve a kombinatív és a rendszerezési feladatok jobban hasonlítottak egymásra, mint szerkezeti szempontból, ezért ez az eredmény is inkább a tartalom meghatározó szerepét emeli ki.

A legkevésbé a logikai képesség és a mértékváltás függ össze. A logikai képesség korrelációi általában is a legalacsonyabbak közé tartoznak, ami több más, korábban már idézett tapasztalattal összhangban a formális logikának, a szisztematikus következtetésnek a gondolkodásban játszott kisebb szerepére utal. Más vizsgálatainkban is azt találtuk, hogy a logikai képességnek általában alacsonyabbak a korrelációi, mint több más, gyakran vizsgált képességnek, például az induktív gondolkodásnak (*Vidákovich, 1998*).

Az összefüggéseket tágabb perspektívába helyezve az alacsony értékeknek két fontos üzenete is van, Pszichometria szempontból tekintve azt mondhatjuk, hogy a tesztek inkább egyedi speciális képességeket mérnek, az általános faktornak kisebb a hatása a feladatok megoldásában. A gondolkodás, a tudás alkalmazásának oldaláról közelítve pedig úgy tűnik, hogy a különböző területek közötti transzfer viszonylag kicsi, azaz minden egyes esetben inkább a tartalom- és terület-specifikus gondolkodási sémák dominálnak. Például a szöveges feladatok megoldása nem annyira „logikus”, következtető, gondolkodó módon történik, mint inkább a megtanult sémák alkalmazásával. További vizsgálatokat igényel annak feltérképezése, mennyiben magyarázható ez a helyzet a gondolkodás pszichológiai természetével, az értelem működésének törvényszerűségeivel, és mennyiben tulajdonítható az iskolai oktatás hatásának.

4. táblázat. A kombinatív képesség és a többi képesség korrelációi

Évfolyam	Képesség	Kombinatív	Logikai	Rendsze- rezési	Szöveges
3.	Logikai képesség	0,423			
	Rendszerezési képesség	0,518	0,352		
	Szöveges feladatok	–	–	–	
	Mértékváltás	–	–	–	–
5.	Logikai képesség	0,390			
	Rendszerezési képesség	0,537	0,357		
	Szöveges feladatok	0,518	0,403	0,460	
	Mértékváltás	0,427	0,348	0,355	0,529
7.	Logikai képesség	0,429			
	Rendszerezési képesség	0,532	0,406		
	Szöveges feladatok	0,528	0,395	0,449	
	Mértékváltás	0,398	0,295	0,336	0,451
9.	Logikai képesség	0,393			
	Rendszerezési képesség	0,541	0,413		
	Szöveges feladatok	–	–	–	
	Mértékváltás	0,425	0,310	0,405	-
11.	Logikai képesség	0,390			
	Rendszerezési képesség	0,546	0,368		
	Szöveges feladatok	0,393	0,248	0,331	
	Mértékváltás	0,438	0,242	0,394	0,387

Minden korrelációs együttható szignifikáns  $p < 0,001$  szinten.

#### Az iskolai tanulással kapcsolatos háttérváltozók és a kombinatív képesség fejlettségének összefüggései

##### *Az iskolai osztályzatok*

Az iskolai tanulmányi eredmények és a különböző egyéb kognitív változók összefüggéseinek elemzése a pedagógiai értékelés érdekes területe. A kapcsolatokon keresztül képet kaphatunk a tanárok által adott jegyek tartalmáról, közvetve következtethetünk az iskolai osztályozás objektivitására, érvényességére is.

Az iskolai osztályzatok a felmérést megelőző félév végi osztályzatokat jelentik. Tehát nem az egyes – gyakran ingadozó – egyedi jegyekről van szó, hanem az adott tantárgyból szerzett jegyek tanárok általi összegzéséről, végül is arról, hogyan ítélik meg a tanárok a tanulónak egy egész féléves tudását valamely tantárgyban.

A képességek és az érdemjegyek korrelációs együtthatói azt mutatják meg, mennyire jár együtt a fejlettebb képesség a jobb jeggyel. Másként fogalmazva: mennyit számít a fejlettebb képesség az osztályozásnál. Amint látni fogjuk, ez életkortól függően változik, miközben a tantárgyak között e tekintetben jelentős a hasonlóság. A kombinatív képesség és az iskolai osztályzatok összefüggéseit az 5. táblázatban foglaltuk össze.

5. táblázat. A kombinatív képesség és az iskolai osztályzatok korrelációi

Tantárgy	Évfolyam			
	3.	5.	7.	11.
Tanulmányi átlag	0,375	0,515	0,555	0,429
Matematika jegy	0,313	0,507	0,514	0,375
Fizika jegy	–	–	0,520	0,372
Kémia jegy	–	–	–	0,313
Biológia jegy	–	–	0,462	0,180
Földrajz jegy	–	–	0,497	0,197
Nyelvtan jegy	0,348	0,478	0,475	0,351
Irodalom jegy	0,319	0,465	0,462	0,345
Történelem jegy	–	–	0,481	0,339
Rajz jegy	0,258	0,357	0,317	0,479
Idegen nyelv jegy	–	–	0,436	0,292
Magatartás jegy	0,208	0,300	0,347	0,188
Szorgalom jegy	0,291	0,420	0,451	0,357

Minden korrelációs együttható szignifikáns  $p < 0,001$  szinten.

A tanulmányi átlag – a mérés sajátosságaival jól magyarázható okokból – a harmadik évfolyamon korrelál a legalacsonyabban. A legszorosabb összefüggést a hetedik évfolyamon találtuk. Hetedikben a korrelációk 0,5 körül ingadoznak, ami azt jelenti, hogy az osztályzatok varianciájának mintegy negyedét értelmezhetjük a kombinatív képesség varianciája alapján. A tizenegyedik évfolyamon alacsonyabb korrelációs értékeket kaptunk. Különösen alacsony a biológia és a földrajz összefüggése a kombinatív képességgel. Ez azért is érdekes, mert hetedikben e két tantárgy korrelációi még a legmagasabbak közé tartoznak. A matematika korrelációi az ötödik, hetedik és tizenegyedik évfolyamon egyaránt a legmagasabbak közé tartoznak. A fizika esetében hetedikben szintén magas értéket találtunk. Ez nincs összhangban a korábbi felméréseinkkel (ld. Csapó, 1998), amelyek szerint a fizika jegyek nagyon gyengén korreláltak a tanulók gondolkodását, érvényes tudását jellemző mutatókkal.

A magatartás jegyek korrelációi mindegyik évfolyamon alacsonyak, ezek szerint a „kombinatív” tanulók – a tanárok értékítélete szerint – nem feltétlenül tartoznak az egyben könnyen fegyelmezhetőek közé. A másik, nem konkrét teljesítményre kapott – és

így inkább a tanárok attitűdjeit kifejező – jegy a szorgalom, ennek a korrelációi már magasabbak a kombinatív képességgel.

*Az attitűdök és egyéb affektív változók*

A tantárgyi attitűdök fontos jellemzői lehetnek az iskolai oktatás minőségének, nevelő hatásának, annak, hogy a tananyag közvetítésének közvetlen feladatain túl mennyire alkalmas az egyes tantárgyak tanítása a szemléletformálásra, a tanulás megszerettetésére. A nemzetközi összehasonlító vizsgálatok is rendszeresen foglalkoznak a tantárgyi attitűdökkel. A képességekkel kapcsolatos felméréseink során mi is folyamatosan vizsgáltuk a tanulók attitűdjeit. Az attitűdök változásaival és összefüggéseivel több korábbi munkánkban foglalkoztunk (Csapó, 1998, 2000), itt csak a kombinatív képességgel való fontosabb összefüggéseit fogjuk bemutatni. A kombinatív képesség és a tantárgyi attitűdök kapcsolatait a 6. táblázat tartalmazza.

6. táblázat. A kombinatív képesség és a tantárgyi attitűdök korrelációi

Tantárgy	Évfolyam			
	3.	5.	7.	11.
Matematika attitűd	0,173	0,215	0,222	0,258
Fizika attitűd	–	–	0,207	0,096
Kémia attitűd	–	–	-0,127	-0,025
Biológia attitűd	–	0,238	0,148	0,011
Földrajz attitűd	–	0,287	0,166	0,016
Nyelvtan attitűd	0,154	0,187	0,145	0,061
Irodalom attitűd	0,154	0,172	0,179	0,085
Történelem attitűd	–	0,209	0,186	0,116
Rajz attitűd	0,064	0,013	-0,023	-0,032
Idegen nyelv attitűd	–	0,179	0,173	0,254

A 0,1 feletti korrelációs együtthatók szignifikánsak  $p < 0,001$  szinten.

Itt már változatosabb képet látunk, mint amit az osztályzatokkal kapcsolatban tapasztaltunk. Sok az alacsony érték, sőt kifejezetten negatív összefüggések is előfordulnak. Igaz, ezek között csak egy szignifikáns van, az is alacsony érték, a hetedikes kémia esetében. Azonban ennek az adatnak az üzenete mindenképpen negatív. A kémia hetedikben a népszerűségi lista végén áll, így a nullához közeli korreláció azt jelenti, hogy képességeitől függetlenül senki nem szereti a kémiát. Nem arról van tehát szó, hogy főleg a gyengébb képességekkel rendelkező tanulók nem szeretik a kémiát, azok, akik esetleg nem tudják azt megtanulni. Sőt – bár csak egy nagyon gyenge együttjárás formájában – ennek éppen az ellenkezője a helyzet. Ez az eredmény a kémiotánítás súlyos válságát

jelzi, és talán még komolyabb gondokra hívja fel a figyelmet, mint amire a tudásszint-mérés eredményei, a teljesítmények csökkenése már rámutatott. Ha egy tantárgytól éppen a legjobb képességű tanulók fordulnak el, az hosszú távú problémákat okoz az adott tantárgyban továbbtanulók kiválasztása, a tudományág művelőinek az utánpótlása tekintetében.

A matematika korrelációs együtthatója mindegyik évfolyamon a legszorosabbak között van. Itt tehát a kedveltség arányos a kombinatív képesség fejlettségével. A tizenegyedik évfolyamon a matematikán kívül még a történelem korrelációja különbözik szignifikánsan a nullától, bár ez az érték is nagyon kicsi. Amint azt más elemzések is mutatják (Csapó, 2000), a tizenegyedik évfolyamra eléggé alacsony lesz a tantárgyak kedveltsége, és a 6. táblázat szerint ebben a tekintetben egységesekek a tanulók, kombinatív képességük fejlettségi szintjétől függetlenül.

A kérdőívben szerepelt három olyan kérdés, amelyik – különböző formában – a tanulóknak az iskolához való viszonyát vizsgálta. Az első és a második kérdésre egy ötfokozatú skálán kellett választ adni, az attitűdöknél bemutatott módszerrel. A harmadik kérdés az egymásra következő iskolázottsági szinteket sorolta fel az iskola leghamarabb történő abbahagyásától a doktori fokozat megszerzéséig. A három kérdést, valamint a válaszoknak a kombinatív képességgel való korrelációit a 7. táblázat tartalmazza.

Bár minden korreláció szignifikáns, az iskolába járás és az iskolai teljesítményekkel való elégedettség együtthatói nagyon alacsonyak. A továbbtanulási szándék és a kombinatív képesség összefüggése viszont a felmérés által átfogott nyolc év során egyre szorosabb lesz. Másként fogalmazva: a kombinatív képesség fejlettsége és az elérni kívánt iskolázottsági szint egyre inkább összhangba kerül egymással.

7. táblázat. *A kombinatív képesség és az iskolához való viszonytal kapcsolatos kérdések korrelációi*

Kérdés	Évfolyam			
	3.	5.	7.	11.
Mennyire szeret iskolába járni?	0,112	0,126	0,170	0,166
Mennyire elégedett az iskolai teljesítményeivel?	0,125	0,235	0,198	0,107
Milyen iskolai végzettséget szeretne?	0,150	0,254	0,386	0,498

Minden korrelációs együttható szignifikáns  $p < 0,001$  szinten.

## A tanulók neme és az iskola típusa szerinti különbségek

### *A nemek szerinti különbségek*

Az iskolai teljesítmény-vizsgálatok rutinszerűen számon tartott változója a tanulók neme. A fiúk és a lányok közötti különbségek elemzése a nyolcvanas évek vége óta egyre népszerűbb kutatási témává válik. Az elmélyültebb elemzések – a társadalomtudományi kutatást általában is befolyásoló sok más tényező mellett – egyik konkrét motiváció-

ját az adta, hogy a természettudomány és matematika vizsgálatok eredményei szerint a fiúk általában kis mértékben jobban teljesítettek, mint a lányok. A mérések más területekre való kiterjesztésével a kép sokkal árnyaltabbá vált, és az utóbbi évek felmérései általában a korábnál kisebb különbségeket mutattak ki. Magyarország általában azok közé az országok közé tartozott, ahol a fiú-lány különbségek a legalacsonyabbak voltak.

Felméréseinkben mi is számon tartjuk a tanulók nemét. Gyakran találunk olyan változóra, amely tekintetében a fiúk és a lányok szignifikánsan különböznek, egymástól, de olyat ritkábban, amelynél a különbségek mértéke eléri azt a szintet, aminek már gyakorlati jelentősége is van. Ez utóbbira példaként az iskolai osztályzatokat említhetjük. Korábbi vizsgálataink során azt találtuk, hogy a lányok jegyei általában sokkal jobbak, mint a fiúkéi (Csapó, 1998). Az utóbbi évek felmérései során egyébként más területeken is inkább a lányok teljesítményei bizonyultak jobbnak.

A tanulók neme és a kombinatív képesség fejlettsége közötti a korrelációikat a 8. táblázat mutatja be. A nemek kódjai (fiú = 1, lány = 2) alapján a pozitív korreláció a lányok, a negatív a fiúk fejlettebb voltát jelzi. A táblázatban a harmadik évfolyamot kivéve mindegyik érték szignifikáns, bár nagyon kicsi értékekről van szó. A tanulók neme mint változó a kombinatív képesség fejlettségét összességében legfeljebb egy-két százalékos mértékben befolyásolja.

A nemek szerepe az iskolai előmenetel szempontjából azonban ennél sokkal jelentősebb. Korábbi vizsgálataink már megmutatták, hogy a tanulóknak az iskolarendszerben való áramlása a nemek tekintetében nem kiegyensúlyozott, és a képességek fejlettsége tekintetében is bonyolultabb a helyzet annál, mint amit a korrelációs együtthatók megmutatnak. Ennek a helyzetnek a részletesebb jellemzésére kiszámítottuk a tizenegyedikes tanulók kombinatív képesség teszteken nyújtott teljesítményeit nemek és iskolatípus szerinti bontásban is, és a különbségek szignifikancia-vizsgálatára elvégeztük a t-próbát. Az eredményeket a 9. táblázatban mutatjuk be.

8. táblázat. A kombinatív képesség fejlettségének összefüggése a tanulók nemével

Változó	Évfolyam			
	3.	5.	7.	11.
A tanulók neme	0,074	0,146	0,163	0,150

A 0,1 feletti korrelációs együtthatók szignifikánsak  $p < 0,001$  szinten.

9. táblázat. A kombinatív képesség fejlettsége a 11. évfolyamon iskolatípus és nemek szerinti bontásban

Iskolatípus	Fiú		Lány		A különbség szignifikanciája	
	n	Kombinatív teszt %pont	n	Kombinatív teszt %pont	t	szign.
Gimnázium	274	81,8	391	80,2	1,36	ns.
Szakközépiskola	339	68,5	253	69,5	0,687	ns.
Szakmunkásképző	211	42,8	115	54,5	5,2	$p < 0,001$

A táblázat adatai szerint a gimnáziumokba sokkal több lány, a szakmunkásképzőkbe sokkal több fiú jár. A kombinatív képesség fejlettsége tekintetében a gimnazisták és a szakközépiskolások esetében nem találtunk szignifikáns különbséget a fiúk és a lányok között. A szakmunkásképzőben viszont a különbség igen nagy, 11,7 %-pont, ami nagyjából két és fél évnyi fejlődésnek felel meg. Az igazi különbséget ez a szakmunkásképzőbe járó, a többiekétől messze lemaradó fiú-csoport jelenti. Vajon tényleg csak fejlődésbeli lemaradásról van szó? Utoléri a lányokat, vagy a különbségek véglegesen megmaradnak? Esetleg növekednek? Ezekre a kérdésre természetesen nem lehet az adataink alapján válaszolni. Az ok-okozati összefüggések elemzése messze vezetne, és annak feltárásához sok más tényező figyelembevételére is szükség lenne. Itt egyelőre csak a nemek közötti különbségek árnyaltabb bemutatása a célunk.

#### *Az iskolatípus szerinti különbségek*

Az előző elemzések már jelezték, hogy az iskolatípusok között jelentős különbségek vannak. A korábban Szegeden végzett vizsgálatunk (Csapó, 1988) eredményei azt mutatták, hogy gimnáziumba és a szakközépiskolába járó tanulók között olyan nagy különbségek alakulnak ki, hogy a középiskolai minta eloszlása ezáltal már bimodálissá válik. Itt a kombinatív képesség adataival árnyalhatjuk a képet.

A 10. táblázat a kombinatív képesség eredményeit mutatja be iskolatípus szerinti bontásban. A különbségek első ránézésre is jelentősek. A kérdés csupán az, hogyan tudjuk ezt a különbséget érzékelhetővé tenni. A statisztikai szignifikanciához kétség nem térhet, azonban a különbségek nagyságát jelezheti az  $F$  értéke. (Az elvégzett varianciaanalízis szerint a külső és belső varianciák arányát kifejező  $F$  érték: 420,6.)

*10. táblázat. A kombinatív képesség teszt eredményei a 11. évfolyamon iskolatípus szerinti bontásban*

<i>Iskolatípus</i>	<i>Átlag</i>	<i>Szórás</i>
Gimnázium	80,83	14,62
Szakközépiskola	68,91	18,15
Szakmunkásképző	46,90	20,51

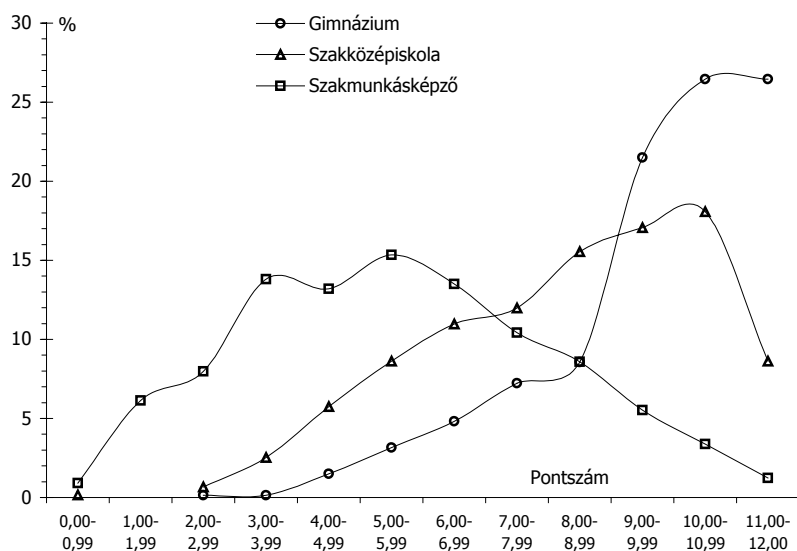
Érzékeltethetjük a különbségeket úgy is, hogy becslést adunk arra, körülbelül hány évnyi fejlődésnek felelnek meg az eltérések. Amint az előző fejezetben láttuk, a kombinatív képesség fejlődése nem egyenletes az egész felmért életkori szakaszban. Azonban kiszámíthatjuk az egész felmért életszakaszra az átlagos fejlődést. A 4. táblázat szerint a nyolc évet átfogó szakaszra 38,63 százalékpont változás esik, ami évente átlagosan 4,83 százalékpont fejlődést jelent. Ezt figyelembe véve a gimnazistáktól a szakközépiskolások átlaga 2,47 évvel marad le. Hasonlóképpen a szakközépiskolások és a szakmunkásképzőbe járók között 4,56 évnyi különbség van átlagosan. A szakmunkásképzősök így a



gimnazistáktól 7,03 évvel maradnak el a kombinatív képesség fejlettségének tekintetében.

Ezek rendkívül nagy különbségek. Érdekes megnézni, milyen belső eltérések vannak az átlagok mögött. A 8. ábrán bemutatjuk a kombinatív képesség fejlettségének eloszlását a három iskolatípusban.

Az eloszlásgörbék világosan jelzik, hogy a három iskolatípus között milyen nagyok az eltérések. Ugyanakkor az eloszlások között jelentős átfedések is vannak, és nagyok a csoportokon belüli különbségek is. A szelekció működik, de nem teljes. Nagyjából a nyolc pont az a határ, amibe a jól teljesítő gimnazisták tartoznak. Ezt a szintet a szakmunkásképzőbe járó tanulók 18 százaléka el is éri. Ezek szerint valószínűnek tartjuk, hogy a szakmunkásképzőbe járó tanulók mintegy húsz százaléka képes lenne leérettségizni. Közülük néhány százalék – a képességei alapján – akár még kiváló eredményeket is elérhetne.



8. ábra

A kombinatív képesség fejlettségének eloszlása a 11. évfolyamon a három iskolatípusban

## Következtetések

Az eredmények alapján arra következtethetünk, hogy a kombinatív képesség fejlődési folyamata nem egyszerű mennyiségi növekedés, hanem a felmért életkori szakaszban legalább egy minőségi átrendeződés is végbemegy. Az egész teszt, a résztesztek és a fel-

datok eredményei egyaránt arra utalnak, hogy a kombinatív gondolkodásban stratégia-váltás van, amely a tanulók többségénél az 5–9 évfolyamok között következik be.

A kombinatív képesség egyedi fejlődési trendje ismét megerősíti azt a szemléletet, mely szerint a készségek és képességek fejlődése sok egyedi vonást mutat, ezért a kognitív fejlődés általános tendenciáinak vizsgálata mellett szükség van a sajátos fejlődési folyamatok részletes megismerésére is. A tanítás szempontjából, a követelményrendszerek, tantervek, taneszközök kidolgozása során is szükség lenne a fejlődés részleteinek ismeretére, így a tanulók fejlettségéhez jobban illeszkedő oktatási programok készülhetnének.

Az eredmények felhívják a figyelmet a tanulók között levő nagy egyéni különbségekre. A tanulók nagyobb csoportjai jelentősen elmaradnak társaiktól, a lemaradások akár több éves spontán fejlődésnek megfelelő mértéket is elérhetnek. A tanítás számára e tényből két fontos következtetést is levonhatunk. Egyrészt szükség lenne a fejlődési lemaradások folyamatos feltárására, diagnózisára. A korábbi kutatások megmutatták, hogy az általunk használt tesztek diagnosztikai célokra is alkalmasak (Vidákovich, 1990). Ugyanakkor a kísérletek eredményei szerint a kombinatív képesség az iskolában legeredményesebben fejleszthető képességek közé tartozik (Csapó, 1990a, 1990b). A kombinatív képesség fejlesztésére megfelelő figyelmet fordítva, például a tananyagba ágyazott feladatok segítségével a hiányosságok egy részét jó eséllyel be lehetne pótolni, a lemaradokat közel az átlagos szintig fel lehetne zárkóztatni. Másrészt a tanítás során feltétlenül szükség lenne a differenciálásra, a lassabban haladók fejlettségi szintjének a figyelembe vételére. Amint azt Piaget fejlődéslélektani kutatásai, majd később a tananyagok elemzése terén végzett saját munkánk is megmutatta, a kombinatív gondolkodásra, kombinatív műveletekre számos egyszerű hétköznapi és iskolai feladat megoldása során szükség van. Akik nem rendelkeznek azzal a műveletrendszerrel, amelyet a tananyag – többnyire rejtetten – feltételez, azok eleve nem képesek a megértendő, elsajátítandó anyag dekódolására, megfelelő belső reprezentáció kialakítására. A tananyagot különböző módon, változatos reprezentációs formákban közvetítve, a műveleti gondolkodásban kevésbé fejlett tanulók számára is alternatívát kínálva nagyrészt megelőzhető lenne a lemaradások továbbgyűrűzése, halmozódása.

---

A tanulmány az MTA-SZTE Képességkutató Csoport kutatási programja keretében készült.

## Irodalom

Csapó Benő (1979): *A kombinatív képesség és értékelésének feltételei*. Acta Univ. Szeg. de A. J. nom. Sectio Paed. et Psych. Ser. Spec. Paed., Szeged.

Csapó Benő (1983): A kombinatív képesség és műveleteinek vizsgálata 14 éves tanulóknál. *Magyar Pedagogia*, **83**. 1. sz. 31–50.

Csapó Benő (1988): *A kombinatív képesség struktúrája és fejlődése*. Akadémiai Kiadó, Budapest.

A kombinatív képesség fejlődésének elemzése országos reprezentatív felmérés alapján

- Csapó Benő (1987c): A kombinatív képesség fejlesztése az általános iskolában. *Pedagógiai Szemle*, 9. sz. 844–853.
- Csapó Benő (1990a): Integrating the development of the operational abilities of thinking and the transmission of knowledge. In: Mandl, H., De Corte, E., Bennett, N. és Friedrich, H. F. (Eds.): *Learning and instruction. European research in an international context*. Volume 2.2. Analysis of complex skills and complex knowledge domains. Pergamon Press, Oxford, 85–94.
- Csapó Benő (1990b): A gondolkodás műveleti képességeinek fejlesztése. A kísérlet eredményei. *Új Pedagógiai Szemle*, 4. sz. 31–40.
- Csapó Benő (1994): Az induktív gondolkodás fejlődése. *Magyar Pedagógia*, **94**. 1–2. sz. 53–80.
- Csapó Benő (1998, szerk.): *Az iskolai tudás*. Osiris Kiadó, Budapest.
- Csapó Benő (2000): A tantárgyakkal kapcsolatos attitűdök összefüggései. *Magyar Pedagógia*, **100**. 3. sz. 343–366.
- Nagy József (1987): *A rendszerezési képesség kialakulása. Gondolkodási műveletek*. Akadémiai Kiadó, Budapest.
- Vidákovich Tibor (1990): *Diagnosztikus pedagógiai értékelés*. Akadémiai Kiadó, Budapest.
- Vidákovich Tibor (1998): Tudományos és hétköznapi logika: a tanulók deduktív gondolkodása. In: Csapó Benő (szerk.): *Az iskolai tudás*. Osiris Kiadó, Budapest. 191–220.
- Vidákovich Tibor (2001): Solving arithmetic word problems: The role of text comprehension and data conversion skills. Paper presented at the 25<sup>th</sup> Annual Conference on Psychology of Mathematics Education, Utrecht. The Netherlands.
- Vidákovich Tibor és Csapó Benő (1998): A szövegesfeladat-megoldó készségek fejlődése. *Közoktatás-kutatás 1996–1997*. Budapest, 247–273.

Csapó Benő

## ABSTRACT

BENŐ CSAPÓ: AN ANALYSIS OF THE DEVELOPMENT OF COMBINATIVE ABILITY:  
A LARGE-SCALE SURVEY

The paper presents the results of a large-scale assessment project that aimed at outlining the developmental curve of combinative ability and examining its relationships with school-related variables in a cross-sectional study. Representative samples were drawn from the 3<sup>rd</sup>, 5<sup>th</sup>, 7<sup>th</sup>, 9<sup>th</sup> and 11<sup>th</sup> grades of primary and secondary schools of Hungary. The same test containing 12 tasks was administered to each age group. The solution of the tasks required the composition and enumeration of all possible combinatorial constructions under the conditions given in the task. Data-collection took place at the beginning of the school year. The reliability coefficient of the test (Cronbach  $\alpha$ ) is 0.901. The results show that combinative ability develops over the whole age range represented in the study. However, the development is uneven, with two more rapid periods (between ca. age 11–13 and then from 15) and a slower one in between (ca. from 13 to 15 years). This developmental trend suggests a structural reorganization that is consistent with the Piagetian theory. The distributions of the achievements indicate large individual differences within each age group. In general, the strongest correlations with other skills, abilities and school achievements were found in the 7<sup>th</sup> grade. Gender differences are significant in the upper grades and similarly large differences were found between the different tracks of the secondary schools.

Magyar Pedagógia, **101**. Number 4. 511–530. (2001)

Levelezési cím / Address for correspondence: Department of Education, University of Szeged, H-6722 Szeged, Petőfi sgt. 30–34.